

Aplikovaná Matematika

Zkoušková písemná práce (PAMAP, PAMAK)

Varianta 3 (16. 1. 2021)

Jméno a příjmení	ID	T	1	2	3	4	5	Σ	Hodnocení

A. Teoretická část:

(5 otázek, každá maximálně za 4 body; minimálně 8 bodů, **pište přímo do zadání**)

1. Jak definujeme odhad relativní chyby aproximace vyjádřenou v procentech?
2. Jak určíme primární chybu výpočtu, známe-li funkci $f(x_1; x_2)$ a správně zaokrouhlené vstupní hodnoty $x_1 = 1,25$ a $x_2 = 1,251$?
3. Určete Eukleidovu normu matice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & \sqrt{6} \end{pmatrix}$.
4. Převedte obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu na soustavu dvou obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu a запиšte v příslušném maticovém tvaru.

$$y'' + (\sin x) \cdot y' - y = \cos 2x \quad \Rightarrow \quad \mathbf{y}' = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

5. Čím aproximujeme graf partikulárního řešení diferenciální rovnice při použití Eulerovy metody?

B. Praktická část(5 příkladů, každý maximálně 16 bodů; **pište na podepsané volné papíry**)

- Jacobiho metodou určete první tři aproximace řešení soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 - 7x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 &= 0 \end{aligned}$$
Nultou aproximaci volte $x^0 = [0; 0; 0]$.
- Nákupní cena zařízení na výrobu brzdových destiček byla 1 000 000 €. Ročně složeným úročením odepisujeme 15 procent jeho ceny.
 - Jaká bude jeho účetní hodnota za šest let? Zaokrouhlete na stovky € a určete, jakou relativní chybu v procentech toto zaokrouhlení způsobí.
 - Za kolik let se jeho účetní hodnota zmenší na deset procent z nákupní ceny? Zaokrouhlete na celé roky nahoru.
- V intervalu $\langle 0; 5 \rangle$ separujte podinterval délky jedna, kde se nachází právě jeden kořen rovnice $4e^x - xe^x = 2$. Poté tento kořen nalezněte Newtonovou metodou tečen. U druhé aproximace určete počet platných číslic.
- Určete interpolační polynom pro funkci danou tabulkou Newtonovou metodou interpolace.

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	0	1	2	0	3

- Řešte numericky diferenciální rovnici s počáteční podmínkou Eulerovou metodou na intervalu $\langle 1; 2 \rangle$ pro $n=8$.

$$y' = \frac{y^2 \cdot \ln(x) - y}{x}; \quad y(1) = 1.$$

Výsledné hodnoty vhodně graficky znázorněte.

Hodnocení

- 50 - 60 bodů E - dobře
- 61 - 70 bodů D - velmi dobře mínus
- 71 - 80 bodů C - velmi dobře
- 81 - 90 bodů B - výborně mínus
- 91 - 100 bodů A - výborně