

# Matematika III

## Zkoušková písemná práce (PM3DP, PM3DK, XAMA3, XAM3A, YAMA3, YAM3A) Varianta 1 (9. 1. 2022)

| Jméno a příjmení | ID | T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ | Hodnocení |
|------------------|----|---|---|---|---|---|---|---|-----------|
|                  |    |   |   |   |   |   |   |   |           |

### A. Teoretická část:

(5 otázek: každá otázka 4 body, minimálně 8 bodů, **pište přímo do zadání**)

|                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Vypočtete limitu:?</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-5}{5n} + i \frac{n^2-2n-1}{3n^2+2022} \right) =$                                                               |
| <p>2. Danou soustavu rozepište maticově do potřebného tvaru pro použití principu superpozice:</p> $\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + 3y_2 - 5x \\ y_2' &= 3y_1 + 2y_2 + 8e^x \end{aligned}$ |
| <p>3. Určete hodnotu výrazu v algebraickém tvaru, zaokrouhlete na 4 desetinná místa:</p> $\sinh\left(\frac{\pi}{2}i\right) =$                                                            |
| <p>4. Derivujte komplexní funkci <math>f(z) = \frac{4z^2+z-2}{z}</math> v bodě <math>z = 4i</math>:</p> $f'(z) =$ $f'(4i) =$                                                             |
| <p>5. Parametrizujte kružnici se středem v bodě <math>z_0 = 3 - j</math> a poloměrem <math>r = \pi</math>.</p>                                                                           |

## B. Praktická část

(5 příkladů, každý maximálně 16 bodů, pište na podepsané papíry)

|                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Určete všechny funkční hodnoty mnohoznačné komplexní funkce</p> $f(z) = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{12}} \cdot \sqrt[3]{\frac{z}{2}}$ <p>v bodě <math>z = -2 + 2i</math>.</p> <p>(Všechny výsledky uveďte v Eulerově exponenciálním tvaru bez periody)</p> |
| <p>2. Vypočtete křivkový integrál, kde <math>\Gamma</math> je libovolná křivka spojující body 0 a <math>\pi i</math>:</p> $\oint_{\Gamma} \frac{\pi \cdot e}{2} \cdot j \cdot \sin(3jz) dz.$                                                                       |
| <p>3. Je dán počáteční problém:</p> $y'' + y = \sqrt{2} \sin(t\sqrt{2}); \quad y(0) = 10; \quad y'(0) = 0.$ <p>Řešte Laplaceovou transformací rozkladem na parciální zlomky a zpětnou Laplaceovu transformaci proveďte za pomoci tabulky vzorců.</p>               |
| <p>4. Zpětnou Laplaceovu transformaci z úlohy 3 vypočítejte pomocí reziduí.</p> <p>návod: využijte <math>\operatorname{res}_{a+bi} F(p)e^{pt} + \operatorname{res}_{a-bi} F(p)e^{pt} = 2\operatorname{Re} \operatorname{res}_{a+bi} F(p)e^{pt}</math>.</p>         |
| <p>5. Nalezněte prvních pět členů Fourierova rozvoje funkce <math>f(t) = t</math> na intervalu <math>t \in \langle -\pi; \pi \rangle</math>.</p>                                                                                                                   |

### Bodové hodnocení:

0 – 49 bodů    F - neprospěl

50 – 59 bodů    E - dobře

60 – 69 bodů    D - velmi dobře mínus

70 - 79 bodů    C - velmi dobře

80 - 89 bodů    B - výborně mínus

90 – 100 bodů    A - výborně