

Taylorovy řady - přiblížení

$$f(x) \approx f(c) + f'(c)(x-c) + \frac{f''(c)}{2!}(x-c)^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(c)}{k!} (x-c)^k \quad x=c$$

$c=0 \Rightarrow$ MacLaurinova řada

Př1: $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + 15x^3 + 13x^2 - 12x - 5$; $c=2$

$$f(2) = 207$$

$$f'(x) = 15x^4 - 8x^3 + 45x^2 + 26x - 12 ; f'(2) = 396$$

$$f''(x) = 60x^3 - 24x^2 + 90x + 26 ; f''(2) = 590$$

$$f'''(x) = 180x^2 - 48x + 90 ; f'''(2) = 714$$

$$f^{(iv)}(x) = 360x - 48 ; f^{(iv)}(2) = 672$$

$$f^{(v)}(x) = 360 ; f^{(v)}(2) = 360$$

$$T_k f(x) \approx 207 + 396(x-2) + 295(x-2)^2 + 119(x-2)^3 + 28(x-2)^4 + 3(x-2)^5$$

Př2: Kompletní Hornerovo schéma

$$f(x) = 3x^5 - 2x^4 + 15x^3 + 13x^2 - 12x - 5 ; c=2$$

2	3	-2	15	13	-12	-5
	X	6	8	46	118	212
2	3	4	23	59	106	207
	X	6	20	86	290	X
2	3	10	43	145	396	X
	X	6	32	156	X	X
2	3	16	75	295	X	X
	X	6	44	X	X	X
2	3	22	119	X	X	X
	X	6	X	X	X	X
2	3	28	X	X	X	X
	X	X	X	X	X	X
	3	X	X	X	X	X

Příklady TČ

$$\begin{aligned}
 e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \quad (|x| < \infty) \\
 \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad (|x| < \infty) \\
 \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \quad (|x| < \infty) \\
 \frac{1}{1-x} &= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \quad (|x| < 1) \\
 \ln(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \quad (-1 < x \leq 1)
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\sum_{k=0}^{\infty}} \right\} c=0$$

$$c=1 \ln x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{(x-1)^k}{k} \quad (0 < x \leq 2)$$

Př. 3. $\ln(1,1)$ [1.5 desítek]

$$x=1,1 \quad \ln(1,1) \approx 0,1 - \frac{0,1^2}{2} + \frac{0,1^3}{3} - \frac{0,1^4}{4} + \frac{0,1^5}{5} = 0,095310$$

333 33
1798
6DM

Př. 4. $e^8 = 1 + 8 + \frac{64}{2} + \frac{512}{6} + \frac{4096}{24} + \frac{32768}{120} + \dots = 5700666667$
[$e^8 = 2980,957987$]

Tě konvergují - rychle - v blízkosti bodu rozložení
- Pomalu ve více vzdálených bodech