

Ukázkový zápočtový test č.2

1. Je dána funkce $f: y = 2x \cdot \sin(3x - \pi)$. Vypočítejte $y'(\pi)$.

$$y' = 2 \cdot \sin(3x - \pi) + 2x \cdot 3 \cos(3x - \pi) = 2 \sin(3x - \pi) + 6x \cdot \cos(3x - \pi)$$

$$y'(\pi) = 2 \cdot \underbrace{\sin(2\pi)}_0 + 6\pi \cdot \underbrace{\cos(2\pi)}_1 = 2 \cdot 0 + 6\pi \cdot 1 = 6\pi \approx \underline{\underline{18,85}}$$

2. Je dána funkce $y = \frac{x+3}{x-2}$ a její bod $T[3; ?]$. Napište rovnici tečny v dotykovém bodě T.

$$y_T = \frac{3+3}{3-2} = \frac{6}{1} = 6 \quad T[3; 6] \quad y' = \frac{1(x-2) - 1(x+3)}{(x-2)^2} = \frac{x-2-x-3}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2}$$

$$k = y'(\pi) = -\frac{5}{(3-2)^2} = -5 \quad t: y - 6 = -5(x - 3)$$

$$y - 6 = -5x + 15$$

$$t: \underline{\underline{5x + y - 21 = 0}}$$

3. Je dána funkce $f: y = 3x^4 - 4x^3 - 36x^2 + 5$. Nalezněte a klasifikujte její lokální extrémy.

$$Df) = \mathbb{R}; \quad y' = 12x^3 - 12x^2 - 72x$$

$$\text{přičteme } y' = 0: \quad 12x^3 - 12x^2 - 72x = 0 \quad / : 12$$

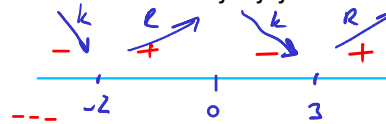
$$x^3 - x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 - x - 6) = 0$$

$$x(x-3)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee x=3 \vee x=-2$$

$$SB_1 \quad SB_2 \quad SB_3$$



$$y(-2) = 3(-2)^4 - 4(-2)^3 - 36(-2)^2 + 5 = -59$$

$$y(0) = 5$$

$$y(3) = -184$$

$$x=-2 \quad \text{OL MIN} \quad x=0 \quad \text{OL MAX} \quad x=3 \quad \text{OL MIN}$$

4. Vypočítejte $\int \sin\left(\frac{3x-1}{4}\right) dx$.

$$\int \sin\left(\frac{3x-1}{4}\right) dx = \int \sin t \cdot \frac{4}{3} dt = \frac{4}{3} \int \sin t dt = \frac{4}{3} (-\cos t) + C = -\frac{4}{3} \cos \frac{3x-1}{4} + C$$

$$s: \quad \frac{3x-1}{4} = t$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4}{3} dt$$

5. Vypočítejte $\int_1^2 \ln x dx$.

$$\int_1^2 \ln x dx = \left[x \ln x \right]_1^2 - \int_1^2 1 dx = \left[x \ln x \right]_1^2 - \left[x \right]_1^2 = \left[(2 \ln 2) - \underbrace{(1 \ln 1)}_0 \right] - [2 - 1] \ominus$$

$$u = \ln x \quad u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = 1 \quad v = x$$

$$\ominus \quad \underline{\underline{2 \ln 2 - 1 \approx 0,39}}$$