

XAMAT, YAMAT

Cvičení 1

3D prostor a vektory

1. Jsou dány vektory $\vec{a} = (0; 2; 4)$, $\vec{b} = (1; 3; 5)$ a $\vec{c} = (6; 1; 3)$. Vypočítejte $|\vec{a}|$; $|\vec{b}|$; $|\vec{c}|$;
 $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$; $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$; $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a})$; $(\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} - \vec{b})$; $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 + (\vec{c} \times \vec{a})^2$.
 $\{\sqrt{20}; \sqrt{35}; \sqrt{46}; (-142; 16; -8); (14; -6; -26); -8; (4; -1; -3); 1400\}$
2. Vypočítejte obsah rovnoběžníku, jehož vrcholy jsou body $A[0; 0; 0]$ a $B[1; 2; 3]$ a $D[3; 2; 1]$.
 Dopačítejte souřadnice bodu C .
 $\{4\sqrt{6}; [4; 4; 4]\}$
3. Ukažte, že body $A[2; 1; 0]$, $B[2; 2; 3]$, $C[0; 1 + \sqrt{40}; 0]$ tvoří vrcholy trojúhelníku. Pomocí
 vektorového součinu nalezněte jeho obsah.
 $\{ano; 10\}$
4. Ukažte, že body $A[4; 1; 0]$, $B[4; -2; -3]$, $C[1; -5; -3]$ tvoří vrcholy trojúhelníku. Určete
 velikosti vnitřních úhlů a pomocí vektorového součinu nalezněte jeho obsah.
 $\left\{ano; \frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{9\sqrt{3}}{2}\right\}$
5. Ukažte, že body $A[2; -4; 9]$, $B[-1; -4; 5]$, $C[6; -4; 6]$ tvoří vrcholy trojúhelníku. Určete
 velikost vnitřního úhlu α a pomocí vektorového součinu nalezněte jeho obsah.
 $\left\{ano; \frac{\pi}{2}; \frac{25}{2}\right\}$
6. Jsou dány vektory $\vec{a} = (1; 4; 3)$, $\vec{b} = (3; 0; 2)$ a $\vec{c} = (6; 0; 4)$. Zjistěte, zda jsou lineárně
 závislé nebo nezávislé.
 $\{Jsou LZ\}$
7. Jsou dány vektory $\vec{a} = (1; 3; 5)$, $\vec{b} = (3; -2; -1)$ a $\vec{c} = (4; 1; 3)$. Zjistěte, zda jsou lineárně
 závislé nebo nezávislé.
 $\{Jsou LN\}$
8. Jsou dány vektory $\vec{a} = (1; 3; 5)$, $\vec{b} = (-3; 2; -1)$ a $\vec{c} = (4; 1; 6)$. Zjistěte, zda jsou lineárně
 závislé nebo nezávislé.
 $\{Jsou LZ\}$
9. Jsou dány vektory $\vec{a} = (1; 1; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; 3)$ a $\vec{c} = (3; \omega; 4)$. Zjistěte, pro které ω jsou
 lineárně závislé.
 $\{\omega = 2\}$
10. Napište vektor $\vec{a} = (-3; 5; -4)$, jako lineární kombinaci vektorů $\vec{b} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} =$
 $(0; 2; 3)$ a $\vec{d} = (-2; 4; -3)$.
 $\left\{\vec{a} = -2\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d}\right\}$

11. Napište vektor $\vec{a} = (1; 2; 1)$, jako lineární kombinaci vektorů $\vec{b} = (1; 1; 1)$, $\vec{c} = (1; 1; 0)$ a $\vec{d} = (1; 0; 0)$.

$$\{\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} - \vec{d}\}$$

12. Pro která τ je vektor $\vec{a} = (5; 3; \tau)$, lineární kombinací vektorů $\vec{b} = (1; 1; 1)$, $\vec{c} = (2; 1; 3)$?

$$\{\tau = 7\}$$

13. Vypočítejte vektorový součin vektorů $\vec{a} \times \vec{b}$ a ukažte, že výsledný vektor je kolmý na oba vektory $\vec{a}$ a $\vec{b}$.

a) $\vec{a} = (6; 0; -2)$, $\vec{b} = (0; 8; 0)$ $\{(16; 0; 48)\}$

b) $\vec{a} = (1; 1; -1)$, $\vec{b} = (2; 4; 6)$ $\{(10; -8; 2)\}$

c) $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{k}$ $\{(15; -3; 3)\}$

d) $\vec{a} = \left(t; 1; \frac{1}{t}\right)$, $\vec{b} = (t^2; t^2; 1)$ $\{(1-t; 0; t^3-t^2)\}$

14. Určete objem rovnoběžnostěnu ABCDEFGH, jsou-li dány body:

a) $A[1; 0; 1]$, $B[3; -1; 4]$, $D[2; 2; 2]$, $E[-1; 3; 5]$. $\{37\}$

b) $A[2; -2; 1]$, $B[-1; 1; 3]$, $D[3; 2; 2]$, $F[-3; 1; -2]$. $\{85\}$

15. Jsou dány vektory $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (1; 1; 1)$ a $\vec{w} = (1; 3; 1)$. Zjistěte, zda leží v jedné rovině?

$$\{ne\}$$

16. Je dán čtyřstěn ABCD, kde $A[-2; -1; -2]$, $B[1; 4; 0]$, $C[1; 1; 3]$, $D[2; 5; 3]$. Určete:

a) Obsah stěny BCD $\left\{\frac{9\sqrt{2}}{2}\right\}$

b) Délku výšky v_D ve stěně BCD $\{3\}$

c) Objem čtyřstěnu $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

d) Délku výšky čtyřstěnu kolmé na stěnu BCD $\left\{\frac{5\sqrt{2}}{6}\right\}$