

Ukázka zkouškové písemná práce PM3DP, PM3DK

varianta XX (XX. X. XXXX)

Jméno a příjmení: ID:

A.Teoretická část:

(5 otázek: každá otázka 4 body, minimálně 8 bodů, **píšte přímo do zadání**)

1. Doplňte přesně:

Pro každé přirozené číslo n a každé komplexní číslo $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ platí:

$$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n =$$

2. Vypočtěte limitu:

$$\lim_{z \rightarrow i\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{4z^2 + 3}{2z - i\sqrt{3}} =$$

3. Určete hodnotu výrazu:

$$(-1)^j =$$

4. Doplňte tvrzení:

Funkce $f(x + jy) = u(x, y) + jv(x, y)$ je holomorfní v bodě z_0 , právě tehdy, když v nějakém okolí tohoto bodu splňuje tzv. Cauchy-Riemannovy podmínky:

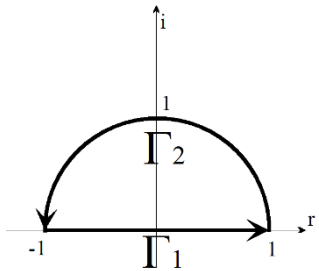
5. Parametrizujte lomenou čáru spojující body $0, 1, 1 + i$.

Γ_1 :

Γ_2 :

B. Praktická část

(5 příkladů, každý maximálně 16 bodů, **pište na podepsané papíry s uvedeným číslem D**)

1. Určete všechny funkční hodnoty mnohoznačné komplexní funkce $f(z) = \sqrt[4]{z^2 - 2z - 1}$ v bodě $z = 2 + i$. (Všechny výsledky uveďte v Eulerově exponenciálním tvaru bez perody)
2. Vypočtěte $\oint_{\Gamma} \frac{z}{\bar{z}} dz,$ kde Γ je křivka dle náčrtu. 
3. Je dán počáteční problém: $y'' - 3y' + 2y = e^{-4t}; y(0) = 1; y'(0) = 5.$ Řešte Laplaceovou transformací.
4. Počáteční problém z třetí úlohy řešte převodem na soustavu dvou diferenciálních rovnic prvního řádu, víte-li, že řešení příslušné homogenní soustavy je: $y_H = C_1 \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 2e^{2t} \end{pmatrix}.$ Řešte metodou variace konstant.
5. Nalezněte prvních pět členů Fourierova rozvoje funkce $f(x) = \begin{cases} 0; & \text{pro } -\pi < x < 0 \\ \pi - x; & \text{pro } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ víte-li, že koeficienty $b_n = \frac{1}{n}.$

Bodové hodnocení:

0 - 49	F	neprospěl
50 - 59	E	dobře
60 - 69	D	velmi dobře mínus
70 - 79	C	velmi dobře
80 - 89	B	výborně mínus
90 - 100	A	výborně